

Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2021 году промежуточной аттестации по МАТЕМАТИКЕ

1. Назначение контрольных измерительных материалов

Контрольные измерительные материалы (КИМ) позволяют установить уровень освоения учащимися 11 класса Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

2. Документы, определяющие содержание контрольных измерительных материалов

Содержание контрольной работы определяется на основе:

- Федерального компонента государственного стандарта среднего (полного) общего образования по математике на профильном уровне (приказ МОиН РФ от 05.03.2004г. № 1089, ред. от 31.01.2012 года),
- Рабочей программы по математике на углубленном уровне

3. Подходы к отбору содержания, разработке структуры контрольных измерительных материалов

Работа состоит из двух частей и содержит 16 заданий. Сохраняется преемственность в тематике, примерном содержании и уровне сложности заданий.

Часть 1 содержит 9 заданий (задания 1–9) с кратким числовым ответом, проверяющих наличие практических математических знаний и умений базового уровня.

Часть 2 содержит 7 заданий по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки. Из них три задания (задания 10–12) с кратким ответом и четыре задания (задания 13–16) с развёрнутым ответом.

Выполнение заданий части 1 контрольной работы (задания 1–9) свидетельствует о наличии общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой части проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В часть 1 работы включены задания по основным разделам предметных требований ФКГОС СОО: геометрия (стереометрия), алгебра, начала математического анализа.

Система оценивания заданий с развёрнутым ответом основывается на следующих принципах.

1. Возможны различные способы и записи развёрнутого решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение учащегося в решении задачи, а не недочёты по сравнению с «эталонным» решением.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

Настоящая модель контрольной работы разработана в следующих предположениях.

1. Варианты работы могут формироваться на основе и с использованием открытого банка математических заданий, доступного школьникам, учителям и родителям.

2. Задания контрольной работы разработаны на основе федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

4. Структура контрольных измерительных материалов

Контрольная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий. Определяющим признаком каждой части работы является форма заданий:

- часть 1 содержит 9 заданий (задания 1–9) с кратким ответом;
- часть 2 содержит три задания (задания 10–12) с кратким ответом и четыре задания (задания 13–16) с развёрнутым ответом.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1–9 имеют базовый уровень, задания 10–15 – повышенный уровень, задание 16 относится к высокому уровню сложности.

Задание с кратким ответом (1–12) считается выполненным, если в бланке ответов зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Задания 13–16 с развёрнутым ответом, в числе которых три задания повышенного и одно задание высокого уровня сложности, предназначены для более точной дифференциации учащихся.

При выполнении заданий с развёрнутым ответом части 2 контрольной работы в бланке ответов должно быть записано полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

В таблице 1 приведена структура контрольной работы.

Таблица 1

Структура варианта контрольных измерительных материалов

	Часть 1	Часть 2
	9	7
Тип заданий и форма ответа	1–9 с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби	10–12 с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби 13–16 с развёрнутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий)
Назначение	Проверка освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях	Проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне
Уровень сложности	Базовый	Повышенный и высокий

5. Распределение заданий варианта контрольных измерительных материалов по содержанию, проверяемым умениям и видам деятельности

В таблице 2 показано распределение заданий контрольной работы по содержательным блокам курса математики.

Таблица 2

Распределение заданий по содержательным блокам учебного предмета

Содержательные блоки по кодификатору ЭС	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного блока содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 21
Алгебра	4	4	19%
Уравнения и неравенства	4	8	38,2%
Функции	1	1	4,8%
Начала математического анализа	4	4	19%
Геометрия	3	4	19%
Итого	16	21	100%

Содержание и структура контрольной работы дают возможность проверить комплекс умений по предмету:

- уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;

В таблице 3 представлено распределение заданий в варианте контрольных измерительных материалов по проверяемым умениям и видам деятельности.

Таблица 3

Распределение заданий по проверяемым умениям и видам деятельности

Проверяемые умения и виды деятельности (по кодификатору КТ)	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного вида учебной деятельности от максимального первичного балла за всю работу, равного 21
Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	2	2	9,5%
Уметь выполнять вычисления и преобразования	3	3	14,3%
Уметь решать уравнения и неравенства	4	8	38,2%
Уметь выполнять действия с функциями	4	4	19%
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	3	4	19%

Итого	16	21	100%
--------------	-----------	-----------	-------------

6. Распределение заданий варианта контрольных измерительных материалов работы по уровням сложности

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня (задания 1–9). Часть 2 содержит шесть заданий повышенного уровня (задания 10–15) и одно задание высокого уровня сложности (задание 16).

В таблице 4 представлено распределение заданий варианта контрольных измерительных материалов по уровням сложности.

Таблица 4

Распределение заданий по уровню сложности

Уровень сложности заданий	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного уровня сложности от максимального первичного балла за всю работу, равного 21
Базовый	9	9	42,8%
Повышенный	6	9	42,8%
Высокий	1	3	14,4%
Итого	16	21	100%

7. Продолжительность контрольной работы по математике

На проведение данной работы дается 2 урока (80 минут).

8. Дополнительные материалы и оборудование

При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

9. Система оценивания заданий варианта контрольных измерительных материалов

Правильное решение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если учащийся дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Решения заданий с развёрнутым ответом оцениваются от 0 до 3 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 13–15 оценивается 2 баллами, задания 16 – 3 баллами.

Проверка выполнения заданий 13–16 проводится экспертом на основе специально разработанной системы критериев.

Максимальный первичный балл за всю работу – 21. Первичные баллы переводятся в отметку по 5-балльной шкале.

Шкала перевода первичных баллов в отметку				
Количество первичных баллов	0 – 5	6 – 10	11 – 15	16 – 21
Отметка	«2»	«3»	«4»	«5»

10. План варианта контрольных измерительных материалов

Содержание контрольной работы по математике отражено в обобщённом плане варианта КИМ, который дан в приложении 1.

Приложение 1

Обобщенный план варианта КИМ по МАТЕМАТИКЕ

Уровни сложности заданий: Б – базовый, П – повышенный, В – высокий.

№ задания	Проверяемые требования (умения)	Коды проверяемых требований (умений) (по КТ)	Коды проверяемых элементов содержания (по КЭС)	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания
1	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1	1.1.3	Дроби, проценты, рациональные числа	Б	1
2	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	3.1, 6.2	3.1.3	График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях	Б	1
3	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1	2.1.5	Показательные уравнения	Б	1
4	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1.1–1.3	1.3.2	Логарифм произведения, частного, степени	Б	1
5	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1.1–1.3	1.1.6	Степень с рациональным показателем и ее свойства	Б	1
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2	5.5.7	Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара	Б	1
7	Уметь выполнять действия с функциями	3.1, 3.3	4.1.1	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной	Б	1
8	Уметь выполнять действия с функциями	3.2	4.1.2	Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком	Б	1
9	Уметь выполнять действия с функциями	3.1, 3.3	4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению	Б	1

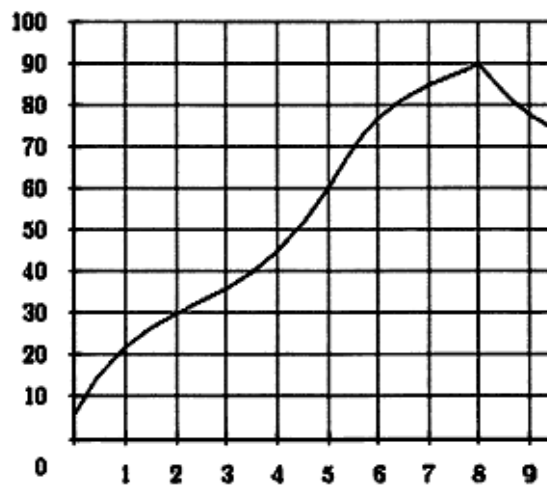
				графиков		
10	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1.1–1.3	1.4.4	Преобразования тригонометрических выражений	П	1
11	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2	5.3.1, 5.1.7	Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Правильные многоугольники.. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника	П	1
12	Уметь выполнять действия с функциями	3.2, 3.3	4.2.1 4.1.4,	Применение производной к исследованию функций и построению графиков Производные суммы, разности, произведения, частного	П	1
13	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1, 2.2	2.1.10	Использование свойств и графиков функций при решении уравнений	П	2
14	Уметь решать уравнения и неравенства	2.3	2.2.4	Логарифмические неравенства	П	2
15	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2, 4.3	5.3.4 5.5.6	Сечения куба, призмы, пирамиды. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы	П	2
16	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1–2.3	2.1.1	Квадратные уравнения	В	3

Демонстрационный вариант.

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в бланк ответов справа от номера соответствующего задания. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

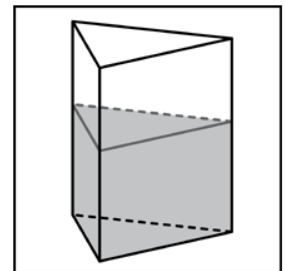
- 1 Налог на доходы составляет 13 % от заработной платы. Заработная плата Ивана Петровича равна 22500 рублей. Сколько рублей он получит после вычета налога на доходы?
- 2 На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат – температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался до температуры 30°C.



- 3 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{32}\right)^{x-2} = 2$.
- 4 Найдите значение выражения $\log_a(ab^5)$, если $\log_b a = \frac{5}{9}$.

- 5 Найдите значение выражения $\frac{\left(\frac{4}{9^7} \cdot \frac{2}{5^3}\right)^{21}}{45^{12}}$.

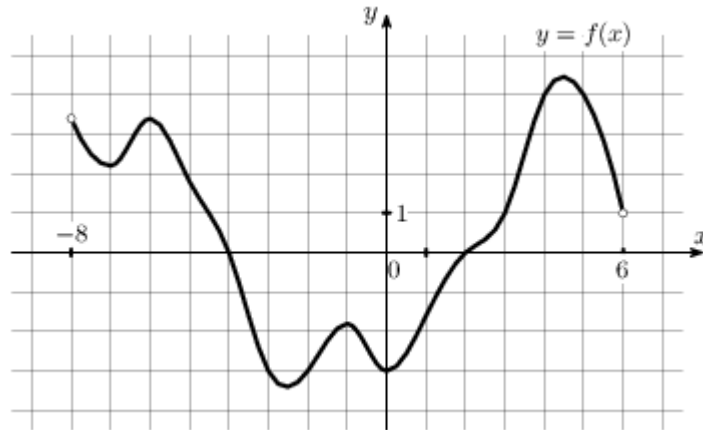
- 6 В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 см³ воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см³.



- 7 Прямая $y = -2x + 6$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 3x^2 + x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.

- 8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - 9t^2 - 8t - 5$, где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 40 м/с?

- 9 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 6)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Часть 2

- 10 Найдите $\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$.
- 11 Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $4\sqrt{3}$, а высота равна 6.
- 12 Найдите точку минимума функции $y = (2x^2 - 16x + 16)e^{x-16}$.

Для записи решений и ответов на задания 13-16 запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 13 Решите уравнение $-x^2 + 2x + 2 = 3 + \sin^2 \pi x$.
- 14 Решите неравенство $\log_2 x^2 \leq 2$.
- 15 В правильной треугольной пирамиде $МABC$ с вершиной $М$ высота равна 3, а боковые ребра равны 6. Найдите площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проходящей через середины сторон AB и AC параллельно прямой MA .
- 16 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(x^2 + x)(x^2 + 5x + 6) = a$ имеет ровно три корня.

Система оценивания

Ответы к заданиям 1 – 12

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если учащийся дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ответы к варианту 1	19575	2	1,8	10	25	184	1	8	5	5	216	6
Ответы к варианту 2	16000	5	5,75	24	16	1500	1	2	7	2,25	189	0

Решения и критерии оценивания заданий 13–16

Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий 13–16, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперт проверяет только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки Российской Федерации.

13 Решите уравнение $-x^2 + 2x + 2 = 3 + \sin^2 \pi x$.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
Правильный ответ, но нет достаточных объяснений	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 1.

14 Решите неравенство $\log_2 x^2 \leq 2$.

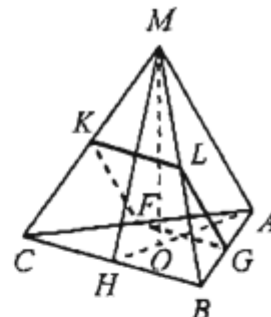
Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	2
В ответе не исключена точка $x = 0$	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $[-2; 0) \cup (0; 2]$.

- 15 В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с вершиной M высота равна 3, а боковые ребра равны 6. Найдите площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проходящей через середины сторон AB и AC параллельно прямой MA .

Решение.

Пусть F и G — середины ребер AC и AB соответственно. Отрезки FK и GL параллельны MA , где точки K и L — середины ребер MC и MB соответственно. Поскольку $FK = \frac{MA}{2} = GL$, искомое сечение — параллелограмм $FGLK$.



Пусть MH — высота и медиана треугольника MBC , AH — медиана и высота треугольника ABC , тогда плоскость MHA перпендикулярна плоскости ABC , значит, прямая MA перпендикулярна прямой BC . Отрезок FK параллелен MA , отрезок FG параллелен BC , следовательно, $FGLK$ — прямоугольник.

Пусть MO — высота пирамиды, тогда $MO = 3$, $MA = 6$, откуда $OA = 3\sqrt{3}$. В правильном треугольнике ABC , где O — его центр, $BC = OA\sqrt{3} = 9$.

В прямоугольнике $FGLK$

$$FG = \frac{BC}{2} = \frac{9}{2}; FK = \frac{MA}{2} = 3; S_{FGLK} = FG \cdot FK = \frac{27}{2}.$$

Ответ: $\frac{27}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

- 16 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(x^2 + x)(x^2 + 5x + 6) = a$ имеет ровно три корня.

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	
Указания к оцениванию	Баллы
Дано решение с объяснениями. Правильный ответ	3
Даны недостаточные объяснения или допущена вычислительная ошибка при решении верно составленной по условию задачи системы	2
Допущена логическая ошибка в решении, но найдено какое-либо значение параметра a	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $a = \frac{9}{16}$.